



DE SCHOONHEID VAN WISKUNDE

EEN HOORCOLLEGE OVER WISKUNDE
ALS CULTUREEL FENOMEEN

door Jean Paul Van Bendegem

Inhoudsopgave

College 1. Het wiskundig bewijs: de kernactiviteit van de wiskundige

College 2. Schoonheid in de wiskunde als richtingwijzer

College 3. Oneindigheid in en buiten de wiskunde: waar liggen de grenzen?

College 4. Wiskunde en literatuur: wederzijdse inspiratiebronnen

College 5. Wiskunde en muziek: een hedendaagse blik

College 6. Wiskunde en wijsbegeerte: heeft wiskunde een onderwerp?



JEAN PAUL VAN BENDEGEM

Jean Paul Van Bendegem is filosoof en wiskundige. Thans is hij buitengewoon hoogleraar aan de Vrije Universiteit Brussel voor de vakken logica en wetenschapsfilosofie en deeltijds gastprofessor aan de Universiteit Gent. Van 2005 tot en met 2009 was hij decaan van de Faculteit Letteren en Wijsbegeerte aan de VUB. Naast zijn lesopdracht is hij tevens directeur van het Centrum voor Logica en Wetenschapsfilosofie (www.vub.ac.be/CLWF/) waar een twintigtal onderzoekers aan verbonden zijn en is hij de uitgever van het logica-tijdschrift “Logique et Analyse”. In 2008 verscheen *Over wat ik nog wil schrijven*, uitgegeven door Garant, in 2009 verscheen *Hamlet en entropie*, uitgegeven door VUBPRESS, in 2012 *De vrolijke atheïst* en in 2014 *Elke drie seconden*, beide uitgegeven door Houtekiet.

STUDIUM GENERALE UNIVERSITEIT LEIDEN

Dit hoorcollege is tot stand gekomen i.s.m. Studium Generale Universiteit Leiden. SG Leiden organiseert lezingen voor studenten en andere belangstellenden van binnen en buiten de universiteit die over de grenzen van hun eigen vakgebied heen willen kijken.

Dit college is tot stand gekomen i.s.m. Studium Generale Universiteit Leiden.

Voor meer informatie, kijk op: www.studiumgenerale.leidenuniv.nl

College 1. Het wiskundig bewijs: de kernactiviteit van de wiskundige

Over het wiskundig bewijs is veel geschreven dus een selectie maken van relevante werken is niet eenvoudig. Voor een eerste kennismaking met de geschiedenis die loopt van eind negentiende tot de jaren dertig van de twintigste eeuw is merkwaardig genoeg een “graphic novel” bijzonder aan te raden:

Apostolos Doxiadis en Christos Papadimitriou: *Logicomix: An Epic Search for Truth*
(Londen: Bloomsbury, 2009).

De eerste auteur wordt ook vermeld in het college over wiskunde en literatuur als de auteur van het mooie, deels fictieve, deels op reële personages gebaseerde verhaal:

Apostolos Doxiadis: *Oom Petros en het vermoeden van Goldbach*
(Amsterdam: De Bezig Bij, 2000).

Wat de formele logica betreft, durf ik graag mijn boekje aanbevelen:

Jean Paul Van Bendegem: *Logica* (Antwerpen: Luster, 2011)

De reeks waarin dit boekje werd gepubliceerd heet *De Essentie* en dat is dan ook de bedoeling. Wie zich wil verdiepen heeft opnieuw een zeer ruime keuze uit beschikbare handboeken.

De *Significi* worden kort even vermeld. Aan de ene kant gaat het hier om een belangrijke ontwikkeling niet alleen in Nederland maar ook ver daarbuiten en aan de andere kant is deze stroming veel te weinig bekend. Het standaardwerk, naar mijn idee, is nog steeds:

Schmitz, W. H.: *De Hollandse Significa. Een reconstructie van de geschiedenis van 1892 tot 1926*
(Assen: Van Gorcum 1990).

Over Kurt Gödel en Alan Turing is veel geschreven en voor de tweede wetenschappers is er zelfs een verfilming, *The Imitation Game*, over de periode die hij doorbracht in Bletchley Park voor het ontcijferen van de Enigma-code. Hoewel het boek al een zekere leeftijd heeft, blijft het boek van

Douglas Hofstadter: *Gödel, Escher, Bach: Een eeuwige, gouden band*
(Amsterdam: Atlas Contact, 2006)

nog altijd een schitterende inleiding met een weloverwogen, prima te volgen tempo.

Wat het gebruik van computers betreft in de zoektocht naar of de controle van bewijzen, is het boek van

Michael Nielsen: *Reinventing Discovery. The New Era of Networked Science*
(Princeton: Princeton University Press, 2012)

aan te bevelen omdat niet alleen *Polymath* wordt besproken maar ook andere pogingen om via computerondersteuning aan ontdekking te doen.

College 2. Schoonheid in de wiskunde als richtingwijzer

Een belangrijk deel van dit college is gebaseerd op een vroegere papieren publicatie, name

Jean Paul Van Bendegem: “Schoonheid in de wiskunde: Birkhoff revisited”.

Tijdschrift voor Filosofie, 60ste jaargang, nr.1, 1998, pp. 106-130.

Zoals in het college wordt uiteengezet is er weinig of geen materiaal te vinden dat een overkoepelende theorie van schoonheid in de wiskunde presenteert. Het blijft dus (voorlopig) sprokkelen links en rechts.

Een mooi en toegankelijk werk over de intrigerende Bourbaki groep is:

Maurice Mashaal: *Bourbaki: A Secret Society of Mathematicians* (Parijs: Pour la Science, 2006).
(*Pour la Science* is de Franstalige tegenhanger van *Scientific American*).

Wie geïnteresseerd zou zijn in het probleem van de wiskundige stijl kan ik het overzichtsartikel van Paolo Mancosu aanbevelen, te vinden op het internet, meer bepaald in de *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (<http://plato.stanford.edu>), een open encyclopedie die op dit ogenblik geldt als een standaard (en dat ongetwijfeld ook zal blijven). De volledige referentie is:

Paolo Mancosu: "Mathematical Style", in: Edward N. Zalta, ed., *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2010 Edition), <http://plato.stanford.edu/archives/spr2010/entries/mathematical-style/>

Dit kan aangevuld worden met:

Bart Van Kerkhove en Jean Paul Van Bendegem: "Another Look at Mathematical Style, as Inspired by Le Lionnais and the OuLiPo". In: Erik Weber, Dietlinde Wouters & Joke Meheus (eds.): *Logic, Reasoning and Rationality*. New York: Springer, 2014, pp. 233-245.

College 3. Oneindigheid in en buiten de wiskunde: waar liggen de grenzen?

Het verhaal over het Hilbert hotel maakt deel uit van de wiskundige 'folklore' en is genoegzaam bekend. Dat geldt niet voor het paradijshotel dat, voor zover mij bekend, nog niet in deze vorm is uitgewerkt. Dit wondere hotel is voor de eerste keer in papieren versie gepresenteerd in:

Jean Paul Van Bendegem: "Ook het Hilbert hotel kan te klein zijn".
Wiskunde & Onderwijs, 29ste jaargang, nr. 115, 2003, pp. 247-252.

De literatuur over oneindigheid is, zeer toepasselijk, niet meer te overzien. Een breed toegankelijke inleiding tot het onderwerp is:

Leon Van den Broek en Arnoud Van Rooij: *Blik op oneindig* (Utrecht: Epsilon Uitgaven i.s.m. de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, 2007 - Zebra-reeks 25).

Wie hiermee niet tevreden is en wil 'doorgraven' kan ik het boek van

Leon Horsten: *Eindig, oneindig, meer dan Oneindig. Grondslagen van de wiskundige wetenschappen*. (Utrecht: Epsilon Uitgave, 2004)

warm aanbevelen.

Een prachtig overzichtsartikel over supertasks is het lemma van Laraudogoitia in *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. De volledige referentie is:

Jon Pérez Laraudogoitia: "Supertasks". *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2013 Edition), Edward N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/archives/fall2013/entries/spacetime-supertasks/>

Ik heb mijzelf ook 'bezondigd' aan dit onderwerp en heb over de jaren heen hierover geschreven:

Jean Paul Van Bendegem: "Zeno's Paradoxes and the Weyl Tile Argument".

Philosophy of Science, East Lansing, Michigan, 1987, 54, 2, pp. 295-302.

Jean Paul Van Bendegem: "How Infinities Cause Problems in Classical Physical Theories".

Philosophica 50, 1993, pp. 335-4.

Jean Paul Van Bendegem: "Ross' Paradox is an Impossible SuperTask".

The British Journal for the Philosophy of Science, vol. 45, 1994, pp. 743-748.

Jean Paul Van Bendegem: "In defence of discrete space and time". *Logique et Analyse*, jaargang 38, nrs. 150-151-152, 1995 (publicatiedatum: 1997), pp. 127-150.

Materiaal uit deze teksten is niet opgenomen in het college omdat de uiteenzetting snel vrij technisch wordt en dus weinig geschikt is voor een hoorcollege. Deze teksten betekenen dus een verdere exploratie en uitdieping van de thematiek.

College 4. Wiskunde en literatuur: wederzijdse inspiratiebronnen

Een deel van het materiaal in dit hoofdstuk komt uit hoofdstuk 1 “Over literatuur en wiskunde” van mijn boek: Jean Paul Van Bendegem: *Over wat ik nog wil schrijven* (Antwerpen: Garant, 2008).

De tien hoofdstukken in dit boek zijn ontwerpen van tien boeken die ik graag had willen schrijven maar waarvan het zeer onwaarschijnlijk is dat het ooit gebeurt.

Het ‘gedicht’ *Op deze mooie lentedag stralen alle huizen van geluk* is eerder verschenen op de website van het Vlaams-Nederlands Huis deBuren, op donderdag 24 februari 2009, (<http://www.deburen.eu/nl/nieuws-opinie/detail/op-deze-mooie-lentedag-stralen-alle-huizen-van-geluk>.)

Dat Sherlock Holmes en Professor James Moriarty een speciale vermelding krijgen heeft niet alleen met de literaire waarde te maken maar ook met het feit dat ik mijzelf een Sherlockiaan mag noemen als lid van The Sherlock Holmes Society of London.

College 5. Wiskunde en muziek: een hedendaagse blik

Een deel van het materiaal in dit hoofdstuk komt uit hoofdstuk 7 “Over muziek” van mijn boek: Jean Paul Van Bendegem: *Over wat ik nog wil schrijven* (Antwerpen: Garant, 2008).

De vier geluidsfragmenten in deze lezing zijn achtereenvolgens:

- De *Variationen für Klavier*, opus 27, van Anton Webern, uitgevoerd door Maurizio Pollini, piano (Deutsche Grammophon, 447 431-2, 1995),
- *Pitoprakta* van Iannis Xenakis, uitgevoerd door het Orchestre Philharmonique Du Luxembourg, onder leiding van Arturo Tamayo (Timpani 1C1113, Orchestral Works Vol. 5, 2008),
- *Proeven van Stijlkunst* van Jacob Van Domselaer, uitgevoerd door Kees Wieringa, piano (Do records, 001, 1994),
- *Tables of Multiplication* van Tom Johnson, uitgevoerd door de componist zelf (Tom Johnson & The Experimental Intermedia Foundation, XI 106, Music for 88, 1992).

College 6. Wiskunde en wijsbegeerte: heeft wiskunde een onderwerp?

Net zoals voor het eerste college over het wiskundig bewijs is wat de grondslagendiscussie betreft ook hier deze “graphic novel” bijzonder aan te raden:

Apostolos Doxiadis en Christos Papadimitriou: *Logicomix: An Epic Search for Truth* (Londen: Bloomsbury, 2009).

De eerste auteur wordt ook vermeld in het college over wiskunde en literatuur als de auteur van het mooie, deels fictieve, deels op reële personages gebaseerde verhaal:

Apostolos Doxiadis: *Oom Petros en het vermoeden van Goldbach* (Amsterdam: De Bezige Bij, 2000).

Wat de wiskundige praktijken betreft heb ik zeer recent de gelegenheid gekregen om een overzichtsartikel te schrijven dat als een voortzetting van het college kan beschouwd worden:

Jean Paul Van Bendegem: “The Impact of the Philosophy of Mathematical Practice on the Philosophy of Mathematics”. In: Léna Soler; Sjoerd Zwart; Michael Lynch & Vincent Israel-Jost (eds.), *Science After the Practice Turn in the Philosophy, History, and Social Studies of Science*. Londen: Routledge, 2014, pp. 215-226.

Een vervolgttekst die de nadruk legt op de verscheidenheid van deze praktijken is:

Jean Paul Van Bendegem: “The heterogeneity of mathematical research”. In: Can Baskent (ed.), *Perspectives on Interrogative Models of Inquiry: Developments in Inquiry and Questions*. (NY: Springer).

Het college eindigt met een wiskundig vraagstuk: We zien elkaar een oneindig aantal opeenvolgende dagen. Op de eerste dag geef ik u een euro, op de tweede dag een halve euro, op de derde dag een derde van een euro en op de n -de dag, een n -de van een euro. Vraag: hoe rijk bent u na het beëindigen van dit proces? Antwoord: u bent oneindig rijk! Evenwel wordt het antwoord niet in detail gegeven. Daarom hier een kort bewijs bedacht door Leo Goldmakher van de University of Toronto:

De vraag die wordt gesteld is naar de som $H = 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots$. Stel dat die som bestaat. Dan is

$$H \geq 1 + 1/2 + 1/4 + 1/4 + 1/6 + 1/6 + 1/8 + 1/8 + \dots$$

omdat alle breuken met een oneven noemer vervangen zijn door het even getal dat erop volgt, wat de som zeker kleiner maakt.

Groeppeer nu de termen als volgt:

$$H \geq 1 + 1/2 + (1/4 + 1/4) + (1/6 + 1/6) + (1/8 + 1/8) + \dots$$

Dan krijg je:

$$H \geq 1 + 1/2 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots$$

Op het halfje na staat aan de rechterkant terug H , dus

$$H \geq 1/2 + H$$

En dat is een contradictie. (Zie het college over het wiskundig bewijs voor het belang en de betekenis van deze bewijsmethode)

COLOFON

Home Academy Publishers geeft hoorcolleges uit voor thuis en onderweg. Als download en om te streamen. Interessante onderwerpen, van geschiedenis tot natuurwetenschappen, voorgedragen door de meest boeiende sprekers. Zo kunt u kennis opdoen in de auto, in de trein, op de fiets of thuis op de bank.

Kijk verder op WWW.HOME-ACADEMY.NL

UITGAVE	Home Academy Publishers Middelblok 81 2831 BK Gouderak Tel: 0182 - 37001 E: info@home-academy.nl
---------	--

Deze uitgave is tot stand gekomen i.s.m. **Studium Generale Universiteit Leiden**

OPNAME	Sandro Ligtenberg (Leiden, 2015)
STEM INLEIDING	F.C. van Nispen tot Sevenaer
MUZIEK	Cok Verweij
MASTERING	Frits de Bruijn

© Copyright 2015 Home Academy Publishers, Den Haag
ISBN 978 90 8530 142 4
NUR 77, 78

Alle rechten voorbehouden. Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen, mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, uitgeleend, verhuurd, uitgezonden, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door (foto)kopieën, opnamen of enig andere manier, zonder voorafgaand schriftelijk toestemming van de uitgever.